

Jean Franchini
Jean-Claude Jacquens

Agrégation
interne

L'oral en poche

Agrégation interne de mathématiques



2^e édition

ellipses

Table des matières

Leçons de cours

I - Leçons d'algèbre et géométrie

101	Groupes monogènes, groupes cycliques. Exemples.	12
102	Permutations d'un ensemble fini, groupe symétrique. Applications.	14
103	Anneau $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$. Applications.	16
104	Structures quotients, exemples et applications.	18
105	Nombres premiers. Propriétés et applications.	20
106	Idéaux d'un anneau commutatif. Exemples	22
107	PGCD dans Z et $K[X]$ où K est un corps commutatif, théorème de Bézout. Applications.	24
108	Polynômes à une indéterminée à coefficients réels ou complexes.	26
109	Racines d'un polynôme à une indéterminée. Relations coefficients-racines.	28
110	Dimension d'un espace vectoriel admettant une famille génératrice finie. Rang.	30
111	Formes linéaires, hyperplans, dualité. On se limitera à des espaces vectoriels de dimension finie.	32
112	Déterminants. Applications.	34
113	Systèmes d'équations linéaires. Applications.	36
114	Opérations élémentaires sur les lignes ou les colonnes d'une matrice. Applications.	38
115	Diverses factorisations de matrices. Applications.	40
116	Notion de rang en algèbre linéaire et bilinéaire. Applications.	42
117	Valeurs propres. Recherche et utilisation.	44
118	Réduction d'un endomorphisme d'un espace vectoriel de dimension finie. Applications.	46
119	Polynômes d'endomorphismes en dimension finie. Applications.	48
120	Endomorphismes symétriques d'un espace vectoriel euclidien. Applications.	50
121	Endomorphismes diagonalisables. Exemples et applications.	52
122	Endomorphismes trigonalisables et nilpotents. Applications.	54
123	Groupe linéaire $GL(E)$ d'un espace vectoriel de dimension finie E . Sous-groupes. Applications.	56
124	Barycentres. Applications.	58
126	Espaces préhilbertiens réels. Orthogonalité, projection orthogonale sur un sous-espace vectoriel	60
127	Réduction et classification des formes quadratiques sur un espace vectoriel réel.	62
128	Groupe orthogonal d'un espace vectoriel euclidien de dimension 2, de dimension 3.	64
129	Isométries du plan affine euclidien, formes réduites. Applications.	66
130	Utilisation des nombres complexes en géométrie.	68
131	Groupe des nombres complexes de module 1. Sous-groupes des racines de l'unité. Applications.	70
132	Utilisation de groupes en géométrie.	72

II - Leçons d'analyse et probabilités

201	Étude de suites numériques définies par différents types de récurrence.	76
202	Séries à termes réels positifs.	78

203	Séries à termes réels ou complexes : convergence absolue, semi-convergence.	80
204	Vitesse de convergence. Méthodes d'accélération de convergence.	82
205	Écriture décimale d'un nombre réel ; cas des nombres rationnels,	84
206	Théorème des valeurs intermédiaires. Applications.	86
207	Théorèmes des accroissements finis pour une fonction d'une ou plusieurs variables réelles.	88
208	Fonctions convexes d'une variable réelle. Applications.	90
209	Différentes formules de Taylor pour une fonction d'une variable réelle. Applications.	92
210	Fonction réciproque d'une fonction définie sur un intervalle. Continuité, dérivabilité. Exemples.	94
211	Séries de fonctions. Propriétés de la somme, exemples.	96
212	Séries entières d'une variable réelle ou complexe. Rayon de convergence.	98
213	Série de Fourier d'une fonction périodique ; propriétés de la somme. Exemples.	100
215	Intégrale impropre d'une fonction continue sur un intervalle de \mathbb{R}	102
216	Intégrale d'une fonction dépendant d'un paramètre. Propriétés, exemples et applications.	104
217	Équations différentielles linéaires d'ordre deux : $x'' + a(t)x' + b(t)x = c(t)$	106
218	Systèmes différentiels linéaires du premier ordre à coefficients constants. Exemples.	108
219	Diverses méthodes de résolution approchée d'une équation numérique.	110
221	Parties compactes de \mathbb{R}^n . Fonctions continues sur une telle partie. Exemples et applications.	112
222	Fonctions de plusieurs variables : dérivées partielles, différentiabilité, fonctions de classe.	114
223	Extremums d'une fonction de plusieurs variables réelles.	116
224	Espaces vectoriels normés de dimension finie, normes usuelles, équivalence des normes.	118
225	Applications linéaires continues, normes associées. Exemples.	120
227	Théorèmes de points fixes.	122
228	Espérance, variance ; loi faible des grands nombres. Applications.	124
229	Variables aléatoires possédant une densité. Exemples.	126
230	Probabilité conditionnelle et indépendance. Variables aléatoires indépendantes. Covariance.	128
231	Suites de variables aléatoires indépendantes de même loi de Bernoulli. Variables aléatoires.	130
233	Variables aléatoires discrètes, couples de variables aléatoires discrètes. Covariance. Exemples.	132

Leçons d'exercices

III - Exemples et exercices d'algèbre et géométrie

301	Exercices sur les groupes.	136
302	Exercices utilisant les permutations d'un ensemble fini.	137
303	Exercices faisant intervenir des groupes en géométrie.	138
304	Exercices faisant intervenir les notions de congruence et de divisibilité dans \mathbb{Z}	139
305	Exercices faisant intervenir les notions de PGCD et PPCM dans \mathbb{Z} , $\mathbb{K}[X]$,	140
306	Exercices illustrant l'utilisation des nombres premiers.	141
307	Exercices utilisant le corps $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$	142
308	Exercices sur les polynômes et les fractions rationnelles.	143
309	Exercices d'algèbre linéaire faisant intervenir les polynômes.	144
310	Exercices faisant intervenir des dénombrements.	145
311	Exercices faisant intervenir des changements de base en algèbre linéaire	146
312	Exercices illustrant l'emploi de puissances ou d'exponentielles de matrices.	147
313	Exercices illustrant l'utilisation de la notion de rang.	148

314 Exercices illustrant l'utilisation de systèmes linéaires.	149
316 Exercices sur les endomorphismes diagonalisables ou trigonalisables.	150
317 Exercices utilisant la notion d'endomorphisme nilpotent.	151
318 Exercices illustrant l'utilisation de vecteurs propres et valeurs propres dans des domaines variés.	152
319 Exercices illustrant l'utilisation de déterminants.	153
320 Exercices illustrant l'utilisation de décompositions de matrices.	154
321 Exercices faisant intervenir la réduction des matrices symétriques réelles dans des domaines variés.	155
322 Exercices sur les formes quadratiques.	156
324 Exercices de géométrie résolus à l'aide des nombres complexes.	157
327 Exercices faisant intervenir des automorphismes orthogonaux.	158
328 Exercices faisant intervenir des isométries affines en dimensions 2 et 3.	159
329 Exemples d'étude des isométries laissant invariante une partie du plan, une partie de l'espace.	160

IV - Exemples et exercices d'analyse et probabilités

401 Exemples d'étude de suites ou de séries divergentes.	162
402 Exemples d'étude de séries réelles ou complexes non absolument convergentes.	163
404 Exemples de calcul exact de la somme d'une série numérique.	164
405 Exemples d'évaluation asymptotique de restes de séries convergentes, de sommes...	165
406 Exemples de calcul approché de la limite d'une suite, de la somme d'une série...	166
407 Exemples d'approximations d'un nombre réel. Aspects algorithmiques.	167
408 Comparaison, sur des exemples, de divers modes de convergence d'une suite...	168
409 Exemples d'étude de fonctions définies par une série.	169
410 Exemples d'applications des séries entières.	170
411 Exemples de séries de Fourier et de leurs applications.	171
412 Exemples d'applications du théorème des accroissements finis et de l'inégalité...	172
413 Exemples illustrant l'approximation de fonctions numériques.	173
414 Exemples d'utilisation de développements limités de fonctions d'une ou plusieurs variables.	174
415 Exemples de recherche d'extremums d'une fonction numérique d'une ou plusieurs variables réelles.	175
416 Exemples de calcul exact et de calcul approché de l'intégrale d'une fonction continue...	176
417 Exemples d'étude d'intégrales impropres.	177
419 Exemples d'utilisation des théorèmes de convergence dominée et de convergence monotone.	178
420 Exemples d'étude de fonctions définies par une intégrale.	179
421 Exemples d'étude et de résolution exacte ou approchée d'équations différentielles scalaires.	180
422 Exemples d'étude et de résolution de systèmes différentiels linéaires.	181
423 Exemples d'étude qualitative d'équations différentielles ou de systèmes différentiels.	182
424 Exemples d'utilisation de changement de variable(s) en analyse.	183
426 Exercices faisant intervenir des variables aléatoires.	184
428 Exercices illustrant l'utilisation de la loi binomiale en probabilités et en statistiques.	185
429 Exemples d'étude d'applications linéaires continues et de leur norme.	186
430 Exemples de méthodes et d'algorithmes de résolution approchée d'équations $F(X) = 0$...	187
431 Exemples d'équations fonctionnelles.	188
432 Exemples d'applications de la notion de compacité.	189
433 Exemples d'utilisation d'inégalités classiques en analyse et en probabilités.	190

Bibliographie	191
---------------	-----